COMUNICAZIONI NUMERICHE

Appunti lezioni

Segnali Aleatori

Prof.ssa Greco

Probabilità assiomatica (Kolmogorov)

Assiomi:

1) $P(A) \geq \emptyset$

2) $P(\Omega) = 1$ $\quad \Omega$ l'evento certo

3) se $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
(cioè disgiunti)

Corollari

- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- $P(\emptyset) = \emptyset$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Probabilità classica (Pascal)

$$P(A) = \frac{N_F(A)}{N_P} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{n° di casi favorevoli} \\ \longrightarrow \text{n° di casi possibili} \end{array}$$

(Ip. e morte: equiprobabilità degli eventi)

Probabilità frequentista (Von mises)

$$P(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{N_A}{N}$$

dove N_A è il n° di volte che si verifica A in N esperimenti eseguiti sotto le stesse condizioni

Probabilità condizionata

(notazioni identiche: $A \cup B \leftrightarrow A + B$; $A \cap B \leftrightarrow AB$)

AB: evento congiunto

$$P(A|B) \triangleq \frac{P(AB)}{P(B)}$$

esprime la probabilità che si verifichi l'evento A sapendo che B si è già verificato

Eventi indipendenti

Due eventi A e B si dicono indipendenti se

$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ oppure $P(A|B) = P(A)$

$$\left[P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(A)\,\cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A) \right]$$

esempio

estraiamo 2 carte da un mazzo di 52 carte; una volta estratta una carta viene rimessa nel mazzo prima della prossima estrazione

$A = \{7\ \diamond\}$ $B = \{5\ \heartsuit\}$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{52} = P(A)$$

RICAPITOLANDO

$P(A)$ prob. a PRIORI

$P(A|C)$ prob CONDIZIONATA

$P(AC)$ prob EVENTO CONGIUNTO

$P(C|A)$ prob a POSTERIORI

Teorema di Bayes

noi sappiamo: $P(A|C) = \dfrac{P(AC)}{P(C)}$

se scambiamo i nomi degli eventi: $P(C|A) = \dfrac{P(CA)}{P(A)}$

ma $P(CA) = P(AC)$

quindi: $P(C|A) = \dfrac{P(CA)}{P(A)} = \dfrac{P(AC)}{P(A)}$

e poi so: $P(AC) = P(A|C) \cdot P(C)$

$$\Rightarrow P(C|A) = \frac{P(A|C) \cdot P(C)}{P(A)}$$

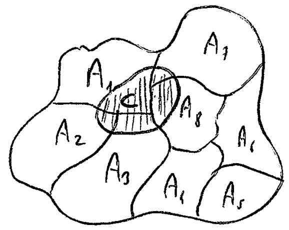
Probabilità Totale

Costruiamo una partizione dello spazio campione Ω scegliendo N eventi A_i, $i = 1, 2, \dots, N$ con le seguenti proprietà

$$A_i \cap A_k = \emptyset \quad \text{se } i \neq k$$

$$\bigcup_{i=1}^{N} A_i = \Omega$$

trovato anche come Σ



Le prob. di un evento C come segue:

$$C = \underset{(C \cap \Omega)}{C\Omega} = C \sum_{i=1}^{K} A_i = \sum_{i=1}^{N} CA_i$$

$$P(C) = P\left(\sum_{i=1}^{N} CA_i\right) = \sum_{i=1}^{N} P(CA_i)$$

$$P(C) = \sum_{i=1}^{N} P(C|A_i)\,P(A_i)$$

Io so che

$$P(C|A) = \frac{P(CA)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow P(CA) = P(C|A)\,P(A)$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745